运动综合分析专题

【运动的合成与分解】

1、A　2、D　3、AD

4、（1）将斜抛运动分解为水平方向匀速直线运动、竖直方向竖直上抛运动：初速度分解 $v_x = v\cos 45^\circ$，$v_y = v\sin 45^\circ$，总飞行时间 $t = \dfrac{2v_y}{g} = \dfrac{2v\sin 45^\circ}{g}$，水平射程 $x = v_x t = v\cos 45^\circ \cdot \dfrac{2v\sin 45^\circ}{g}$

利用 $2\sin 45^\circ \cos 45^\circ = \sin 90^\circ = 1$，化简得 $x = \dfrac{v^2}{g}$，因此 $v = \sqrt{gx}$

（2）对篮球一个完整运动过程（从本次最高点 h，速度为 0，到下一次最高点 h，速度为 0）

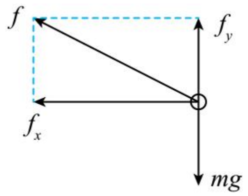
应用动能定理 F_2 做功 $W_{F2} = F_2 s$，F_1 做功 $W_{F1} = -F_1 s$

重力总做功，整个过程初末高度相同，重力总做功为 0

碰撞地面损失机械能 $\Delta E > 0$，总动能变化 $\Delta E_k = 0$

动能定理 $F_2 s - F_1 s - \Delta E = 0$，整理得 $F_2 - F_1 = \dfrac{\Delta E}{s} > 0$，因此 $F_2 > F_1$ 得证。

（3）a. 对篮球做受力分析。



篮球竖直方向受力平衡，摩擦力竖直分量平衡重力 $f_y = mg$

切线方向摩擦力分量提供切向加速度 $f_x = ma_x = m \cdot \dfrac{4}{3}g$

总摩擦力为两个垂直分量的合力 $f = \sqrt{f_y^2 + f_x^2} = \sqrt{(mg)^2 + \left(\dfrac{4}{3}mg\right)^2} = \dfrac{5}{3}mg$

b. 刚好滑离时摩擦力达到最大静摩擦力 $f = \mu N$

其中径向弹力 N 提供向心力 $N = \dfrac{mv^2}{r}$（v 为滑离时的速率）

代入 $f = \dfrac{5}{3}mg$，得 $\dfrac{5}{3}mg = \mu \cdot \dfrac{mv^2}{r}$，即 $v^2 = \dfrac{5gr}{3\mu}$

减速过程切向加速度恒定，为匀减速运动，满足 $v_0^2 - v^2 = 2a_t L$，代入 $a_t = \dfrac{4g}{3}$

得 $L = \dfrac{v_0^2 - v^2}{2a_t} = \dfrac{v_0^2 - \dfrac{5gr}{3\mu}}{2 \cdot \dfrac{4g}{3}} = \dfrac{3v_0^2}{8g} - \dfrac{5r}{8\mu}$

【复杂曲线运动】

5、AD

6、（1）类比匀加速直线运动中加速度 a 的定义，可知 $A = \dfrac{v - v_0}{x}$，根据单位制可得 A 的单位为 s^{-1}，v—x 图像如图所示。

（2）在导体棒速度从 v_0 变为 v 的过程中取一极小时间 Δt，设在这一段时间内，导体棒的速度从

v_i 变为 v_{it}，因为时间极短，可认为这一段时间内安培力为一定值，根据动量定理可得-$BIL\Delta t$= mv_{it}-mv_i ，电路中电流为 $I=\frac{BLv_i}{R}$

联立可得 $\frac{B^2L^2}{R}x=mv_0-mv$ ，整理得 $v=v_0-\frac{B^2L^2}{mR}x$，因此导体棒的运动速度 v 随位移 x 均匀变化。

（3）方法一：根据牛顿第二定律 $a=\frac{F_{安}}{m}$，$F_{安}=BIL$，$I=\frac{Blv}{R}$，所以 $a=\frac{B^2L^2v}{mR}$

所以随着速度的逐渐减小，加速度 a 也逐渐减小。

方法二：根据加速度定义式，有 $a=\frac{\Delta v}{\Delta t}$，A 为定值，且以相同的 Δv，Δx 相同，$\bar{v}$ 变小，Δt 变大，所以随着速度的逐渐减小，加速度 a 也逐渐减小。

7、（1）由于粒子向上偏转，根据左手定则可知粒子带正电；设粒子的质量为 m，电荷量为 q，粒子进入速度选择器时的速度为 v_0，在速度选择器中粒子做匀速直线运动，由平衡条件

$qv_0B_1=qE_1$，在加速电场中，由动能定理 $qU=\frac{1}{2}mv_0^2$，联立解得，粒子的比荷为 $\frac{q}{m}=\frac{E_1^2}{2UB_1^2}$

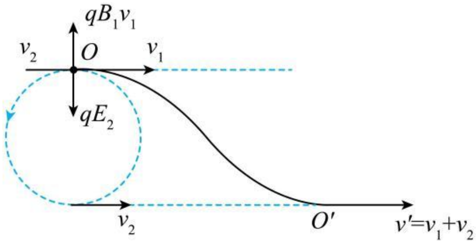
（2）由洛伦兹力提供向心力 $qv_0B_2=m\frac{v_0^2}{r}$，可得 O 点到 P 点的距离为 $OP=2r=\frac{4UB_1}{E_1B_2}$

（3）粒子进入 II 瞬间，粒子受到向上的洛伦兹力

$F_{洛}=qv_0B_1$ 　　向下的电场力 $F=qE_2$

由于 $E_2>E_1$，且 $qv_0B_1=qE_1$

所以通过配速法，如图所示



在 O 点将粒子的速度 v 分解为大小为 v_1、v_2 的两个分速度，则有 $v_0=v_1-v_2$

令 v_1 对应的洛伦兹力等于电场力，即 $qE_2=qv_1B_1$，可得 $v_1=\frac{E_2}{B_1}$

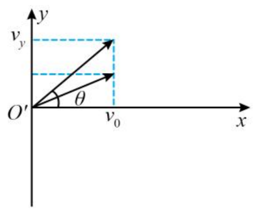
则粒子的运动可分解为线速度大小为 v_2 的匀速圆周运动和速度大小为 v_1 的匀速直线运动，设粒子恰好垂直打在速度选择器右挡板的 O' 点时的速度大小为 v'，则有

$v'=v_1+v_2=v_1+v_1-v_0=2v_1-v_0=\frac{2E_2-E_1}{B_1}$

8、（1）电子在匀强磁场中运动时，将其分解为沿 x 轴的匀速直线运动和在 yOz 平面内的匀速圆周运动，设电子入射时沿 y 轴的分速度大小为 v_y，由电子在 x 轴方向做匀速直线运动得 $L=v_0t$

在 yOz 平面内，设电子做匀速圆周运动的半径为 R，周期为 T，由牛顿第二定律知 $Bev_y=m\frac{v_y^2}{R}$

可得 $R=\frac{mv_y}{Be}$，且 $T=\frac{2\pi R}{v_y}=\frac{2\pi m}{Be}$



由题意可知所有电子均能经过 O 进入电场，则有 $t=nT\left(n=1,2,3,\cdots\right)$，联立得 $B=\dfrac{2\pi nmv_0}{eL}$

当 $n=1$ 时，B 有最小值，可得 $B_{\min}=\dfrac{2\pi mv_0}{eL}$

（2）将电子的速度分解，如图所示，有 $\tan\theta=\dfrac{v_y}{v_0}$

当 $\tan\theta$ 有最大值时，v_y 最大，R 最大，此时 $R=r$，又 $B=\dfrac{2\pi mv_0}{eL}$，$R=\dfrac{mv_y}{Be}$

联立可得 $v_{ym}=\dfrac{2\pi v_0 r}{L}$，$\tan\theta=\dfrac{2\pi r}{L}$

（3）当 v_y 最大时，电子在电场中运动时沿 y 轴正方向有最大位移 y_{m}，根据匀变速直线运动规律有 $y_{m}=\dfrac{v_{ym}^2}{2a}$，由牛顿第二定律知 $a=\dfrac{Ee}{m}$，又 $v_{ym}=\dfrac{2\pi v_0 r}{L}$，联立得 $y_{m}=\dfrac{2\pi^2 r^2 v_0^2 m}{EeL^2}$

9、（1）a. 若小球向右偏离的位移为 x，选取向右为正方向，由胡克定律可得，小球受到的合外力：$F_{合}=(k_1+k_2)x$，由于 k_1 和 k_2 都是常数，所以小球受到的合外力与位移成正比，小球做简谐振动。

b. 取向右为正方向，回复力为水平方向合力，满足 $F_{回复}=-m\dfrac{4\pi^2}{T^2}r\cos\theta=-m\dfrac{4\pi^2}{T^2}x=-kx$

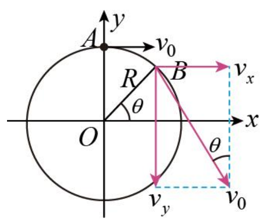
（2）a. 小球运动的过程中的机械能包括小球的动能与弹簧的弹性势能，小球运动的过程中系统的机械能守恒，设小球偏离 O 点的最大位移为 A，则通过平衡位置时：$\dfrac{1}{2}mv_0^2=\dfrac{1}{2}k_1A^2+\dfrac{1}{2}k_2A^2$

若小球向右偏离的位移为 x 时的速度为 v，则：$\dfrac{1}{2}mv^2+\dfrac{1}{2}k_1x^2+\dfrac{1}{2}k_2x^2=\dfrac{1}{2}mv_0^2$

即：$v^2={v_0}^2-(\dfrac{k_1+k_2}{m})x^2={v_0}^2-ax^2$

可知其中 a 等于两个弹簧的劲度系数的和，初速度的大小与开始时的振幅有关.

b. 当质点水平方向的位移为 x 时，质点速度与 x 轴之间的夹角设为θ，将质点的速度沿 x 轴方向与 y 轴方向分解如图，则：$v_y=v_0\cos\theta$，而：$\cos\theta=\dfrac{x}{R}$



根据合速度与分速度的关系可知：$v_0^2=v_x^2+v_y^2$

整理可得：$v_x^2=v_0^2-v_0^2\dfrac{x^2}{y^2}=v_0^2-ax^2$

（3）线框运动到 x 时，线框在磁场中的有效长度 $l=2(L-x)$

安培力大小为 $F_{安}=2BI(L-x)$

类比于简谐运动，则回复力为 $F_{回}=F_{安}=2BI(L-x)=2BIx'=kx'$

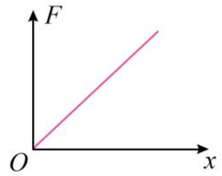
根据简谐运动周期公式 $T=2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}=2\pi\sqrt{\dfrac{m}{2IB}}$

由题意可知，两次简谐运动周期相同，两次都从最大位移运动到平衡位置，时间均相同，则有

$t_1=t_2=\dfrac{T}{4}=\dfrac{\pi}{2}\sqrt{\dfrac{m}{2IB}}$，故 $t_1-t_2=0$

10、（1）a. 该弹簧振子的振动周期 $T=\dfrac{2\pi}{\omega}$，根据题意有 $\omega=\sqrt{\dfrac{k}{m}}$，联立可得 $T=2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$

b.根据胡克定律可得 $F=kx$，则弹簧弹力大小 F 随弹簧伸长量 x 的变化关系如图所示，弹簧伸长量为 A 时，弹簧弹性势能为 $E_{\mathrm{p}}=\dfrac{1}{2}kA^2$



（2）a.电子进入正电荷离子层受力 $F=-\dfrac{\rho e}{\varepsilon_0}\cdot x$

沿 x 轴方向做简谐运动，初速度 $v_x=v\cos\theta$，垂直于 x 轴方向做匀速直线运动，速度为 $v_y=v\sin\theta$

入射角为 θ 的电子刚好不射入负电荷离子层，由功能关系 $-\dfrac{1}{2}\dfrac{\rho e}{e_0}d\cdot d=\dfrac{1}{2}mv_y^2-\dfrac{1}{2}m(v_x^2+v_y^2)$

解得 $\cos\theta=\dfrac{d}{v}\sqrt{\dfrac{\rho e}{m\varepsilon_0}}$，则 $\theta=\arccos\dfrac{d}{v}\sqrt{\dfrac{\rho e}{m\varepsilon_0}}$

b．电子在分界面上形成的图形为圆，设入射角为 θ 的电子进入离子层之前在垂直于 x 轴方向发生的位移为 y_1，进入离子层后刚好到达界面时在垂直于 x 轴方向发生的位移为 y_2，分界面图形圆的半径为 r，则 $y_1=d\tan\theta$，$y_2=\left(v\sin\theta\right)\cdot\dfrac{T}{4}$，$T=\dfrac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\dfrac{m\varepsilon_0}{\rho e}}$，$r=y_1+y_2$

又 $S=\pi r^2$，联立可得 $S=\pi\left(1+\dfrac{\pi}{2}\right)^2\dfrac{\left(\varepsilon_0 mv^2-\rho ed^2\right)}{\rho e}$

11、（1）a.从原点沿 z 轴正方向运动，$\rho=0$，则带电粒子的电势能 $E_p=q\varphi=\dfrac{1}{2}kqz^2$

根据能量守恒 $\dfrac{1}{2}mv_0^2=\dfrac{1}{2}kqz_{\max}^2$，可得 $z_{\max}=v_0\sqrt{\dfrac{m}{kq}}$

b. 因 $\varphi=\dfrac{1}{2}kz^2$，则电场强度 $E=-\dfrac{\Delta\varphi}{\Delta z}=-kz$，所以 $F=-kqz$，带电粒子沿 z 轴做简谐运动。

（或者 $E=\dfrac{\Delta\varphi}{\Delta z}=kz$，方向沿 z 轴负方向，所以 $F=-kqz$）

（2）在 $z=0$ 平面，$\varphi=-\dfrac{1}{4}k\rho^2$，则电场强度 $E=-\dfrac{\Delta\varphi}{\Delta\rho}=\dfrac{1}{2}k\rho$（或 $E=\dfrac{\Delta\varphi}{\Delta\rho}=-\dfrac{1}{2}k\rho$，方向沿径向向外）

令 $q\omega\_\rho B-qE=m\omega\_^2\rho$，则 $\omega\_=\dfrac{qB}{2m}\left(1\pm\sqrt{1-\dfrac{2mk}{qB^2}}\right)$

考虑到是低频漂移，所以取 $\omega\_=\dfrac{qB}{2m}\left(1-\sqrt{1-\dfrac{2mk}{qB^2}}\right)$，粒子沿顺时针漂移（俯视）。

粒子的速度$\overline{v}$总可以视为漂移速度$\overline{v}_{-}\left(\omega_{-}\rho\right)$和另外某个速度$\overline{v}'$的矢量和，带电粒子的运动可视为以漂移速度$\overline{v}_{-}$绕$O$点的匀速圆周运动和以速度$\overline{v}-\overline{v}'$（速度大小设为$v_2$）在匀强磁场中的匀速回旋运动的合运动，对匀速回旋运动$qv_2B=m\omega_{+}v_2$